

令和5年度

数学科学習指導案

研究主題

数学的な思考力、判断力、表現力等をはぐくむ学習指導の在り方
～一人一人を生かす数学的活動の充実を目指して～

1 単元名 図形と相似（第3学年、「B 図形」）

2 単元について

小学校6年生の「拡大図と縮図」の中で、相似な図形のかきかたの一部や日常生活における相似を活用する学習として、地図上の長さから実際の距離を求めたりする問題に取り組んできている。学んだ考え方を日常生活での課題に利用することができ、算数の有用性を味わうことができる。

中学校1年生では、5章平面図形、6章空間図形で、いろいろな図形の面積や体積を求めることを学習している。2年生では、三角形の合同条件を用いて、三角形や平行四辺形などの基本的な性質を論理的に確かめることを学習している。

これらをふまえ、3年生のこの単元では三角形の相似条件を新たな証明の根拠として、平面図形の性質をより深く学習する。また、平面図形だけでなく、立体の相似についても学習し、相似の考え方が日常の生活に結びついていることを再び扱うことになる。数学が役立つ具体的な場面はそれほど多くなく、3年生の教科書で紹介されている事例も「花だんのまわりの道」「丸太の切り口」「制動距離」など身近に感じられるものは少ない。本単元では、「買い物の場面」「地図」「影の長さ」など役立つ場面をいろいろ考えることができる。次章の円の性質や三平方の定理につながるように、図形の性質を明らかにし、それに基づいてさらに推論することを大切にすることはもちろんであるが、学習したことを日常生活に生かせる楽しさについても味わわせたい。

3 生徒の実態

4 「一人一人を生かす数学的活動」について

生徒にとって本単元は、小学校で学習した「拡大図と縮図」の延長にあり、日常生活や社会の事象と結びつきやすく身近に感じられる部分が多い。また、2年次に学習した「合同」とも関係が強く、見通しをもって問題を解決していく過程が似ている部分が多い。授業の中でも、それらを扱う時間を設け、生徒一人一人が、自分の理解している既習事項と関連付けて考えられるように丁寧に指導したい。

相似な図形の考え方は、社会科で学習する「縮尺から地図上の長さや面積を求める」問題や、理科で学習する「凸レンズの虚像の作図」の問題など他教科での日常の事象との関連も強い。比の計算だけでなく、作図の必要性も理解させ、しっかり練習させたい。また、立体図形になると作図ではわかりにくい場合も考えられるので、GeoGebraなどを操作しながら確認できる時間も作りたい。

また、授業形態を「班活動」「個人」「教えあい」など課題にあったものにし、個々の目標が達成できるよう工夫したい。

5 単元の目標

- (1) 図形の相似についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現することができる。
- (3) 図形の相似について、数学的活動の楽しさや数学のよさに気付いて粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って検討しようとする態度を養う。

6 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解している。 ②基本的な立体の相似の意味や相似な図形の相似比と面積比や体積比の関係について理解している。 ③のなどの記号を用いて図形の関係を表したり読み取ったりすることができる。	①三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。 ②平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる。 ③相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。	①相似な図形の必要性和意味を考えようとしている。 ②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③相似な図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

7 指導と評価の計画

「図形と相似」 25 時間【本時の展開 22 時間目】

時	小単元名	○学習問題（学習課題） ・ 学習内容 波線下線…一人一人を生かす数学的活動	評価の観点			主たる評価 [観点](評価方法)
			知	思	態	
1	相似な図形	○形が同じ図形について学ぼう。 ・方眼を利用して、拡大図、縮図をかき（ <u>小グループで確認しあう</u> ）、相似な図形について理解する。	○		◎	[態①]拡大図、縮図をもとに、相似の意味を理解する。（行動観察）
2		○相似な図形の特徴を見つけよう。 ・相似な図形の線分の長さや角の大きさを確認することにより性質を理解し、記号のを使って表す。	◎			[知①]相似な三角形をかき、相似の記号を使って表すことができる。（行動観察）
3		○比の性質を使って辺の長さを求めよう。 ・相似比を使って、相似な図形の辺の長さや角の大きさを求める。	◎			[知①]相似比の性質を使って辺の長さを求めることができる。（ノート）
4	三角形の相似条件	○2つの三角形が相似になる場合について考えよう。 ・色々な条件で三角形をかき、2つの三角形が相似になる場合について考え、定理としてまとめる。	◎			[知①]相似条件について理解し、定理としてまとめることができる。（行動観察）
5		○三角形の相似条件をもとに、相似な三角形の組を見つけよう。 ・相似条件を使って、相似な三角形の組を見つけ、記号のを使って表す。（ <u>小グループで確認しあう</u> 。）	◎			[知①]相似な三角形の組を見つけることができる。（行動観察）
6 7	三角形の相似	○三角形の相似条件を使って、図形の性質を証明しよう。	○	◎		[思①]2つの三角形の角や長さの比に着目し、相似

	条件と証明	・相似条件を使って、相似な三角形を見つけ、証明する。				条件を使って図形の性質を証明できる。
8		○複雑な図形の中から、相似な三角形の組を見つけ、証明しよう。 ・複雑な図形から等しい角や長さの比に着目して相似と思われる2つの三角形を見つけ、相似条件を使って図形の性質を証明をする。		○ ◎		[態①②] いろいろな三角形の組み合わせで相似について考えることができる。 (行動観察)
9		○平行線と線分の比の関係について考えよう ・三角形の一辺に平行な直線を引いたときに辺の比について成り立つことについて考える。 <u>(小グループで確認しあう。)</u>		○ ◎		[態①] 三角形の一辺に平行な直線を引いたとき、成り立つことについて考えることができる。(行動観察)
10		○平行線と線分の比の性質を証明しよう。 ・平行線と線分の比の性質について相似な三角形や平行四辺形の性質を利用して証明し、定理にまとめる。	○ ◎			[思①②] 平行線と線分の比について考え、定理にまとめることができる。
11	平行線と線分の比	○平行線と線分の比を使って、辺の長さを求めよう。 ・比には、大三角形：小三角形と上：下があることに気を付け、辺の長さを求める。 <u>(小グループで確認しあう。)</u>		○ ◎		[態②] 平行線と線分の比の定理を使って、長さを求めることができる。(行動観察)
12		○平行線には含まれた線分の比について考えよう。 ・直線を平行移動することにより、既習事項を利用し、平行線には含まれた線分の比について考える。	○ ◎			[思②] 平行線には含まれた線分の比の関係について考え、定理にまとめることができる。(行動観察)
13		○三角形の角の二等分線と線分の比について考えよう。 ・補助線を引くことにより、既習事項を利用し、三角形の角の二等分線と線分の比について考える。		◎ ○		[思②] 平行線と線分の比の関係を利用して、長さを求めることができる。
14		○線分の比と平行線の関係について考えよう。 ・平行線と線分の比の逆も成り立つことを確認する。	○ ◎			[思③] 線分の比と平行線の間関係を考え、定理としてまとめることができる。 (行動観察)
15	中点連結定理	○三角形の2辺の中点を結んだ線分のもつ性質について考えよう。 ・三角形の2辺の中点を結ぶとどんなことができるか考える。	○ ◎			[思②③] 線分の比と平行線の性質から中点連結定理を導くことができる。 (行動観察)
16		○中点連結定理を使って証明しよう。	○ ◎			[思③] 中点連結定理を使

		・四角形A B C Dの4辺の中点P, Q, R, Sを結んだ四角形P Q R Sはどんな四角形になるか考え、証明する。				って図形の性質を捉え、証明できる。(ノート)
17	相似な図形の面積	○相似な図形の相似比と面積比の関係について考えよう。 ・しきつめを利用し、相似な図形の相似比と面積比の関係を見つける。(小グループで確認しあう。)	○		◎	[態①]相似な図形の相似比と面積比の関係について考えることができる。(行動観察)
18		○相似比を使って、面積を求めよう。 ・相似比が $m:n$ ならば面積の比は $m^2:n^2$ であることを利用し、面積を求める。	◎		○	[知②]相似比と面積比の関係から面積を求めることができる。(ノート)
19	相似な立体の表面積・体積	○相似な立体の性質及び、表面積の比と体積の比について考えよう。 ・ギガタブ(GeoGebra)を利用し相似な立体の性質を確認し、表面積の比と体積の比の関係を見つける。(小グループで確認しあう。)	○		◎	[態②]相似な立体の性質や表面積の比、体積の比について理解できる。(行動観察、振り返りシート)
20		○相似な立体の表面積の比と体積の比についてまとめよう。 ・相似な立体の表面積の比、体積の比について定理としてまとめる。	◎			[知②]相似な立体の比について、定理としてまとめることができる。(行動観察)
21		○相似比を使って表面積や体積を求めよう。 ・相似比が $m:n$ ならば表面積の比は $m^2:n^2$ 、体積の比は $m^3:n^3$ であることを利用し、表面積や体積を求める。	◎	○		[知②]相似な立体の相似比を使って、表面積や、体積を求めることができる。(行動観察)
22	相似の利用	○相似の考え方を、いろいろな場面で利用しよう ・相似を使ってガリバー旅行記の小人の国について、検証する。		◎	○	[思③]場面を整理し、見通しを立てて解決することができる。(行動観察)
23	(本時1/2)	○相似の考え方を使って、2地点間の距離を求めよう。 ・直接測ることのできない2地点間の距離を縮図をかき相似の性質を使って求める。		○	◎	[態②]相似比を決め、縮図をかき、距離を求められる。(ノート)
24	章末問題、テスト	○章末問題	◎	○		[知]振り返りシート、ノート
25		○単元テスト	◎	◎		[知](単元テスト) [思](単元テスト)

8 本時（第 22 時）について

（１）本時の目標

相似な図形の相似比を使って、具体的な場面で活用することができる。【思考力、判断力、表現力等】

（２）本時の展開

過程	生徒の学習内容と活動 波線下線部…一人一人を生かす数学的活動	教師の指導・留意点 ◎指導や支援 ◆評価(評価方法)
導入 5分	1 前時の学習内容の確認の小テストを実施する。 相似な 2 つの円錐 F、G があり、その高さの比は 3 : 4 である。 ① F と G の表面積の比は □ : □ である。 ② F の体積が $36\pi\text{ cm}^3$ のとき、G の体積は何 cm^3 ですか。	◆相似な図形の相似比を使って、体積を求めるところができるか。 【知識・技能】（小テスト） ◎面積比は相似比の 2 乗、体積比は相似比の 3 乗になることを確認する。
問題 把握 15分	〔学習問題〕 ガリバー旅行記の小人の国について、考えてみよう！ 2 ガリバー旅行記の挿絵や、映画のポスターなどから小人の国のイメージをつかむ。 3 練習問題 1 に各自で取り組む。 問題 1 小人の身長は約 15 cm でガリバーの 12 分の 1 であると書かれています。小人とガリバーが相似であると考えて、ガリバーの身長を求めなさい。 ＜予想される生徒の解き方①＞ ・小人の身長はガリバーの 12 分の 1 だから、ガリバーの身長は小人の 12 倍と考えられる。 $15 \times 12 = 180$ よってガリバーの身長は 180 cm である。 ＜予想される生徒の解き方②＞ ・ガリバーの身長を x cm とすると 小人の身長 : ガリバーの身長の相似比は 1 : 12 なので $1 : 12 = 15 : x$ $x = 180$ よって、ガリバーの身長は 180 cm である。	◎ ガリバー旅行記の小人国の映像を見せ、簡単に説明する。 ＜大型テレビ、ギガタブ＞ *知らない生徒が多い場合は、簡単なあらすじなども説明し、場面を想像しやすくする。 ◎比を使わないでも解けるが、実は「12 分の 1」を比の値と考えると、元にする数を逆にした 1 分の 12（12 倍）と考えたのと同じことを確認する。 ◎比例式の作り方、比を使った計算の仕方を確認する。

	4 練習問題 2 について、どのような問題か全体で確認し、各自で考える。 問題 2 小人国の皇帝はガリバーのためにベッドを作るように命令し、小人国の普通の大きさの布団が 600 枚用意された。150 人分の布団を縫い合わせて 1 枚とし、同じ大きさのもの 4 枚重ねたものが作られたが、この布団はガリバーにとってどのようなものだったかを予想しなさい。	
自力 解決 10 分	5 各自で予想した結果を Google フォームに入力する。 問題 2 小人用 600 枚の布団は、ガリバーにとってどのようなものだったか？（予想） ☐ サイズも寝心地も十分な布団 ☐ サイズは小さいが寝心地はよい布団 ☐ サイズは十分だが、薄くて寝心地は良くない布団 ☐ サイズも小さく、寝心地も良くない布団 ☐ わからない 6 予想した結果を全員で共有し、それを参考に見通しを立て、各自で解く。 〈予想される問題 2 の解き方〉 問題 1 から小人とガリバーの相似比は $1 : 12$ である。布団の大きさ（面積）は、面積比で考えればよいので $1^2 : 12^2 = 1 : 144 =$ 小人の布団（面積）：ガリバーの布団（面積） よって、144 枚あれば、面積は十分と考えられる。したがって、150 枚で作られた布団の大きさは、十分である。 相似比が $1 : 12$ なので 12 枚重ねるべきだが、4 枚しか重ねていないので、厚さは不十分だと考えられる。	◆具体的な場面で、相似な図形の面積比、体積比を活用しようとすることができるか。【思考力・判断力・表現力等】（行動観察） ◎必要な場合には、電卓を使ってよいことを伝える。 ◎布団が 600 枚、150 人分の布団、4 枚重ねた状況を把握できない生徒がいた場合は、わかっている生徒に説明させる。 ◎どの比を使ったらよいかわからない生徒には、布団の大きさ（広さ）は面積比で、布団の厚さは、相似比で求められることを助言する。

比較 検討 15 分	7 班で確認しあう。 - 全体でわからない人が多かった場合 →わかった人が班をまわって説明する。 - 班内で意見が分かれた場合 →班で全員の意見を出し合い検討する。 - 班内で意見が一致した場合 →班で全員の意見を確認し発表の準備をする 8 発表の準備が終わり、時間がある班には、問題 3 に取り組ませる。	◎現状から、どのような班活動がよいか判断し、アドバイスする。
	問題 3 ガリバーの体重が 71 kg (身長 180 cm の人の平均体重) だと考えて小人の体重を求めなさい。ただし、小人とガリバーは相似であるとする。 また、旅行記には「はしごを伝わってガリバーの体の上に登ってきた小人の数は 1 度に 1 万をくだることはなかった」と書かれているが、実際に 1 万人のることができたでしょうか。小人の体重から考えなさい。 ＜予想される問題 3 の解き方＞ 相似比は 1 : 12 だから、 小人の体重 (体積) : ガリバーの体重 (体積) $= 1^3 : 12^3 = 1 : 1728$ 小人の体重を x g とすると $x : 71000 = 1 : 1728$ $x = 71000 / 1728 = 41.0 \dots$ より小人の体重は約 41g と考えられる。 1 万人分だと $41 \times 10000 = 410000 \text{ (g)}$ $= 410 \text{ (kg)}$ よって、重すぎてのることはできないと考えられる。	◎どの比を使ったらよいかわからないの生徒には、体重は体積比で求められることを助言する。 ◎体の上にどれくらいの重さまでのっても大丈夫か、一般的に考えさせる。
発表 まとめ 10 分	9 発表する。 10 本時の学習を振り返る。 〔まとめ〕 相似な空間図形を比べる場合、相似比、面積比、体積比のどれでくらべればよいか考えて、計算するとよい。 本時の授業の取り組みを自己評価する。	◎使った比、計算した結果等を確認させる。

(3) 本時の評価

相似な図形の相似比を使って、具体的な場面で活用することができるか。【思考力、判断力、表現力等】